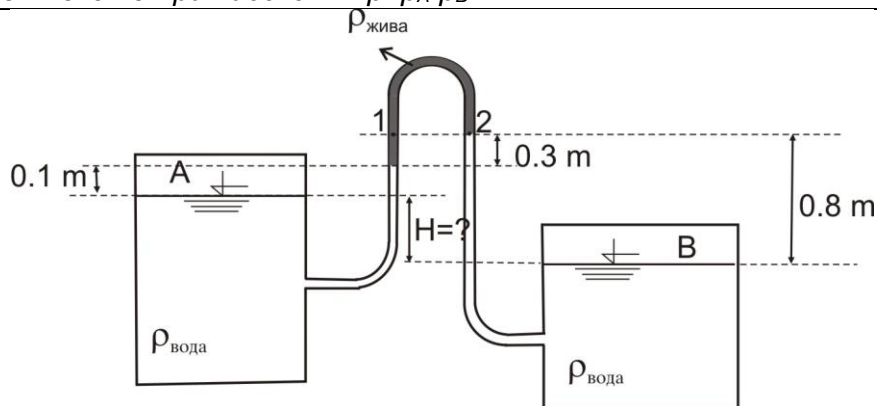


Задача 1.1

Во затворените резервоарите А и В кои се исполнети со вода ($\rho_{\text{вода}}=1000 \text{ kg/m}^3$), дејствуваат притисоци p_A и p_B , соодветно. Резервоарите помеѓусебе се поврзани со живин манометар ($\rho_{\text{жива}}=1000 \text{ kg/m}^3$). Ако состојбата на живиниот стол во манометарот е покажана на *Слика 1.1-а* и *Слика 1.1-б*, да се определи колкава е разликата на притисокот $\Delta p=p_A-p_B=?$.



Слика 1.1-а

Решение:

а) За состојбата на манометарот на *Слика 1.1-а*, најпрво се определува притисокот во точките 1 и 2 кои лежат во иста хоризонтална рамнина.

$$p_1 = p_A - \rho_{\text{вода}} \cdot g \cdot 0.1 - \rho_{\text{жива}} \cdot g \cdot 0.3$$

$$p_2 = p_B - \rho_{\text{вода}} \cdot g \cdot 0.8$$

Од условот $p_1=p_2$, се определува разликата на притисоците во двата сада $\Delta p=p_A-p_B$:

$$p_A - \rho_{\text{вода}} \cdot g \cdot 0.1 - \rho_{\text{жива}} \cdot g \cdot 0.3 = p_B - \rho_{\text{вода}} \cdot g \cdot 0.8$$

$$p_A - p_B = -\rho_{\text{вода}} \cdot g \cdot 0.8 + \rho_{\text{вода}} \cdot g \cdot 0.1 + \rho_{\text{жива}} \cdot g \cdot 0.3$$

$$\Delta p = p_A - p_B = 328635 \text{ Pa}$$

б) За состојбата на манометарот на *Слика 1.1-б* се определува притисокот во точките 1 и 2 кои лежат во иста хоризонтална рамнина.

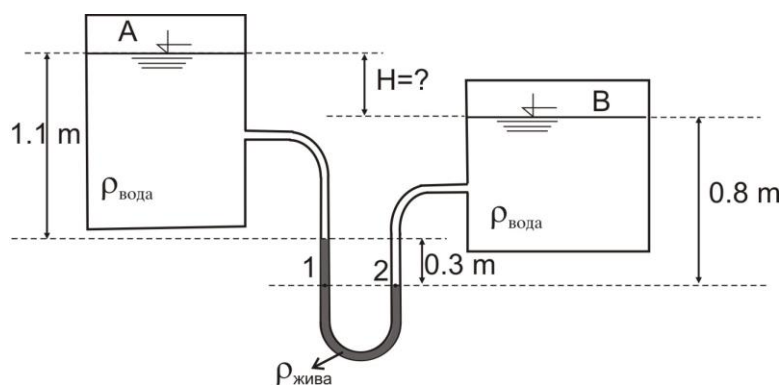
$$p_1 = p_A + \rho_{\text{вода}} \cdot g \cdot 1.1 + \rho_{\text{жива}} \cdot g \cdot 0.3$$

$$p_2 = p_B + \rho_{\text{вода}} \cdot g \cdot 0.8$$

Од условот $p_1 = p_2$, се определува разликата на притисоците во двата сада $\Delta p = p_A - p_B$:

$$p_A - p_B = \rho_{\text{вода}} \cdot g \cdot 0.8 - \rho_{\text{вода}} \cdot g \cdot 1.1 - \rho_{\text{жива}} \cdot g \cdot 0.3$$

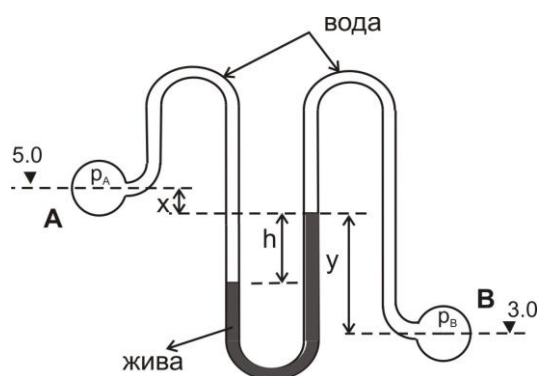
$$\Delta p = p_A - p_B = -467235 \text{ Pa}$$



Слика 1.1-б

Задача 1.2

Стаклените садови А и В на краевите од диференцијалниот живин манометар се исполнети со вода ($\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$) и се под притисок $p_A = 276 \text{ kPa}$ и $p_B = 138 \text{ kPa}$. Колку ќе биде читањето на манометарот h ?



Слика 1.2

Решение:

Се определува притисокот во точките 1 и 2 кои лежат на една хоризонтална рамнина и се користи условот $p_1=p_2$:

$$p_1 = p_A + \rho_{\text{вода}} \cdot g \cdot (h + x)$$

$$p_2 = p_B - \rho_{\text{вода}} \cdot g \cdot y + \rho_{\text{зива}} \cdot g \cdot h$$

$$p_A + \rho_{\text{вода}} \cdot g \cdot (h + x) = p_B - \rho_{\text{вода}} \cdot g \cdot y + \rho_{\text{зива}} \cdot g \cdot h$$

Со преуредување на последната релација се добива израз од кој може лесно да се пресмета читањето на манометарот користејќи ги дадените податоци:

$$p_A - p_B = (\rho_{\text{зива}} \cdot g - \rho_{\text{вода}} \cdot g) \cdot h - \rho_{\text{вода}} \cdot g \cdot (x + y)$$

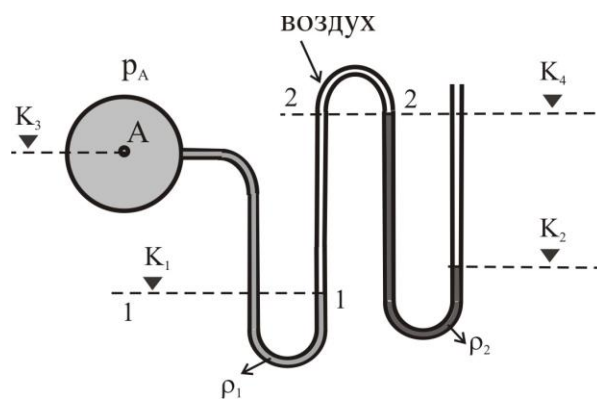
$$p_A - p_B + \rho_{\text{вода}} \cdot g \cdot (5 - 3) = (\rho_{\text{зива}} \cdot g - \rho_{\text{вода}} \cdot g) \cdot h$$

$$h = \frac{p_A - p_B + \rho_{\text{вода}} \cdot g \cdot (5 - 3)}{\rho_{\text{зива}} \cdot g - \rho_{\text{вода}} \cdot g} = \frac{276000 - 138000 + 1000 \cdot 9.81 \cdot 2}{13500 \cdot 9.81 - 1000 \cdot 9.81}$$

$$h = 1.285 \text{ m}$$

Задача 1.3

Садот А е изложен на притисок $p_A=40 \text{ kPa}$. Поврзан е со манометар исполнет со две течности со различна густина ($\rho_1=1,6 \cdot \rho_{\text{вода}}$ и $\rho_2=?$), а помеѓу нив има заробен воздух ($\rho_{\text{воздух}}=1,2 \text{ kg/m}^3$). Ако течностите во манометарот ја имаат положбата како на *Слика 1.3* ($K_1=0,0$, $K_2=0,5$, $K_3=1,2$, $K_4=1,6$, колкава е густината на втората течност (ρ_2)?



Слика 1.3

Решение:

Статичката рамнотежа за хоризонталната рамнина 1-1 , изнесува:

$$p_1^{levo} = p_A + \rho_1 \cdot g \cdot (1.2 - 0.0) \text{ и } p_1^{desno} = \rho_{voz} \cdot g \cdot (1.6 - 0.0) + p_{2-2}$$

Притисоците во рамнината 1-1 се еднакви:

$$p_A + \rho_1 \cdot g \cdot (1.2 - 0.0) = \rho_{voz} \cdot g \cdot (1.6 - 0.0) + p_{2-2}$$

Притисокот во рамнината 2-2 се пресметува:

$$p_{2-2} = p_{at} - \rho_2 \cdot g \cdot (1.6 - 0.5)$$

Со соодветни замени за густината на течноста во манометарот се се добива следниот израз:

$$p_A + \rho_1 \cdot g \cdot (1.2 - 0.0) = \rho_{voz} \cdot g \cdot (1.6 - 0.0) + p_{at} - \rho_2 \cdot g \cdot (1.6 - 0.5)$$

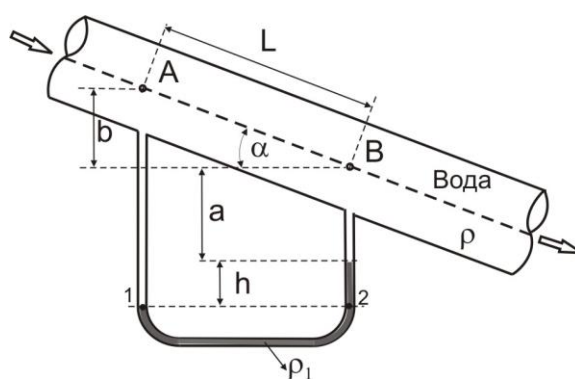
$$\rho_2 = \frac{1}{g(1.6 - 0.5)} [(p_{at} - p_a) - \rho_1 \cdot g \cdot (1.2 - 0.0) + \rho_{voz} \cdot g \cdot (1.6 - 0.0)]$$

$$\rho_2 = \frac{1}{9.81 \cdot 1.1} [(101000 - 40000) - 1600 \cdot 9.81 \cdot (1.2) + 1.2 \cdot 9.81 \cdot (1.6)]$$

$$\rho_2 = \frac{421836}{10.791} = 3909.15 \text{ kg/m}^3$$

Задача 1.4

За системот како на скицава да се определи колкаво е читањето на живиниот манометар ($h=?$), ако растојанието меѓу точките А и В, $L=3,0$ m. Разликата во притисок помеѓу двете точки е $\Delta p=28$ kPa. ($\alpha=30^\circ$, $\rho_{жива}=13600$ kg/m³, $\rho_{вода}=1000$ kg/m³)



Слика 1.4

Решение:

Се определува притисокот во точките 1 и 2 кои лежат на една хоризонтална рамнина и се користи условот $p_1=p_2$:

$$p_1 = p_A + \rho_{\text{вода}} \cdot g \cdot (a + b + h)$$

$$p_2 = p_B + \rho_{\text{вода}} \cdot g \cdot a + \rho_{\text{жива}} \cdot g \cdot h$$

$$p_1=p_2$$

$$p_A + \rho_{\text{вода}} \cdot g \cdot (a + b + h) = p_B + \rho_{\text{вода}} \cdot g \cdot a + \rho_{\text{жива}} \cdot g \cdot h$$

$$p_A - p_B + \rho_{\text{вода}} \cdot g \cdot b = (\rho_{\text{жива}} - \rho_{\text{вода}}) \cdot g \cdot h$$

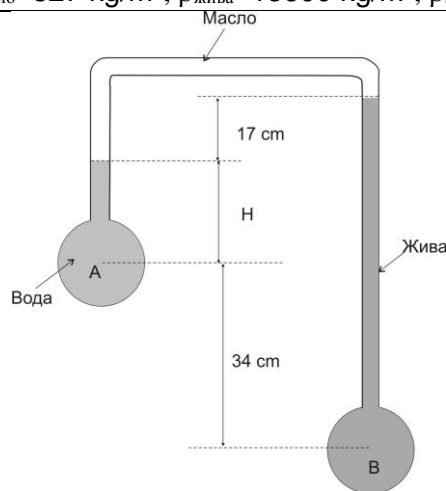
$$h = \frac{\Delta p + \rho_{\text{вода}} \cdot g \cdot b}{(\rho_{\text{жива}} - \rho_{\text{вода}}) \cdot g}$$

$$h = \frac{28000 + 1000 \cdot 9.81 \cdot 1.5}{(13600 - 1000) \cdot 9.81}$$

$$h = 0.345 \text{ m}$$

Задача 1.5

За системот како на скицава да се определи колкава е висината на водата $H=?$, ако разликата на притисокот во точките А и В е $\Delta p = p_B - p_A = 97.4 \text{ kPa}$. ($\rho_{\text{масло}} = 827 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{\text{жива}} = 13600 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{\text{вода}} = 1000 \text{ kg/m}^3$)



Слика 1.5

Решение:

Се определува притисокот во точките 1 и 2 кои лежат на една хоризонтална рамнина

$$p_1 = p_A - \rho_{\text{voda}} \cdot g \cdot H - \rho_{\text{maslo}} \cdot g \cdot 0.17$$

$$p_2 = p_B - \rho_{\text{ziva}} \cdot g \cdot (0.34 + H + 0.17)$$

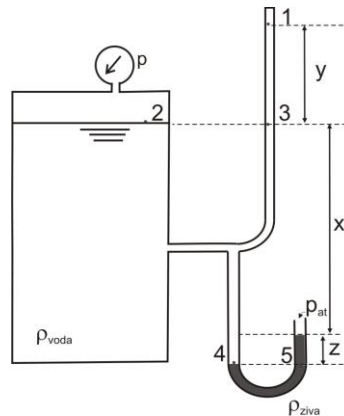
се користи условот $p_1 = p_2$

$$p_A - \rho_{\text{voda}} \cdot g \cdot H - \rho_{\text{maslo}} \cdot g \cdot 0.17 = p_B - \rho_{\text{ziva}} \cdot g \cdot (0.34 + H + 0.17)$$

H=0.25 m

Задача 1.6

Во еден затворен сад исполнет со вода како на *Слика 1-6*, измерен е притисок над водата од $p = 140$ kPa. Ако во точката 1 има притисок од $1 p_1 = 11.5$ kPa да се определат растојанијата x и y . Читањето на живиниот манометарот е $z = 1.2$ m.



Слика 1.6

Решение:

За да се определи y , се определува притисокот во точките 2 и 3 кои лежат на една хоризонтална рамнина и се користи условот $p_2 = p_3$

$$p_2 = p$$

$$p_3 = p_1 - \rho_{\text{voda}} \cdot g \cdot y$$

$$p_2 = p_3, \text{ односно } p = p_1 - \rho_{\text{voda}} \cdot g \cdot y, \rightarrow y = 13.1 \text{ m}$$

За да се определи x , се определува притисокот во точките 4 и 5 кои лежат на една хоризонтална рамнина и се користи условот $p_4 = p_5$

$$p_4 = p + \rho_{\text{вода}} \cdot g \cdot (x + z)$$

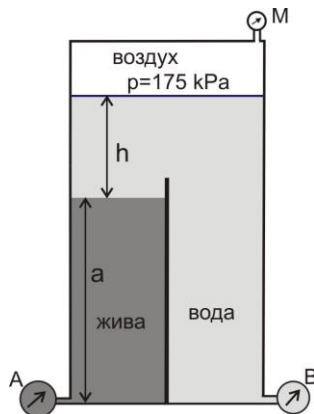
$$p_5 = p_{\text{atm}} + \rho_{\text{жива}} \cdot g \cdot z$$

$$p + \rho_{\text{вода}} \cdot g \cdot (x + z) = p_{\text{atm}} + \rho_{\text{жива}} \cdot g \cdot z$$

$$x = 11.02 \text{ m}$$

Задача 1.7

Во еден затворен сад со две комори исполнети со вода и со жива како на *Слика 1-6*, измерен е притисокот на воздухот над водата од $p = 175 \text{ kPa}$. Ако во точката A е измерен притисок од $p_A = 290 \text{ kPa}$ да се определи висината на водата над живата во левата комора ($h=?$), ако висината на живата е $a=70 \text{ cm}$. Да се определи и притисокот во точката B. ($\rho_{\text{жива}}=13600 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{\text{вода}}=1000 \text{ kg/m}^3$)



Решение:

а) од условот за определување на притисокот во точката A може да се определи висината h на водата над живата:

$$p_A = p + \rho_{\text{вода}} \cdot g \cdot h + \rho_{\text{жива}} \cdot g \cdot a$$

$$290000 = 175000 + 1000 \cdot 9.81 \cdot h + 13600 \cdot 9.81 \cdot 0.7$$

$$h = 2.2 \text{ m}$$

б) притисокот во B:

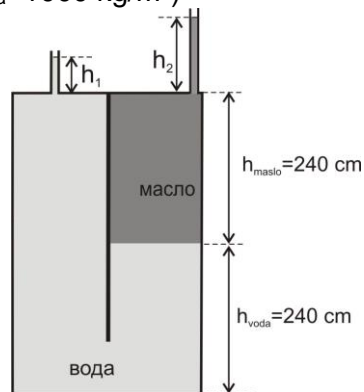
$$p_B = p + \rho_{\text{вода}} \cdot g \cdot (h + a)$$

$$p_B = 175000 + 1000 \cdot 9.81 \cdot (0.7 + 2.2)$$

$$p_B = 203449 \text{ Pa}$$

Задача 1.8

Во еден затворен сад со две комори исполнети со вода и со масло како на *Слика 1-6*. нивото на водата во левото цевче се издигнало до висина $h_1=110$ mm. Ако висината на маслото врз водата во десната комора на резервоарот е со висина 240 cm колкава е височината $h_2=?$ до која маслото ќе го исполни второто цевче? ($\rho_{\text{масло}}=830$ kg/m³, $\rho_{\text{вода}}=1000$ kg/m³)



Решение:

Издигнувањето на маслото во цевчето се определува од условот притисокот во левата и во десната комора во точки од референтна рамнина на нивото на вода и масло, мора да е еднаков:

$$p^{\text{levo}} = \rho_{\text{вода}} \cdot g \cdot (h_{\text{масло}} + h_1) + p_{\text{at}}$$
$$p^{\text{desno}} = \rho_{\text{масло}} \cdot g \cdot (h_{\text{масло}} + h_2) + p_{\text{at}}$$

$$p^{\text{levo}} = p^{\text{desno}}$$

$$\rho_{\text{вода}} \cdot g \cdot (h_{\text{масло}} + h_1) + p_{\text{at}} = \rho_{\text{масло}} \cdot g \cdot (h_{\text{масло}} + h_2) + p_{\text{at}}$$

$$h = \frac{\rho_{\text{вода}} \cdot g \cdot (h_{\text{масло}} + h_1) - \rho_{\text{масло}} \cdot g \cdot (h_{\text{масло}})}{\rho_{\text{масло}} \cdot g}$$
$$h = \frac{1000 \cdot 9.81 \cdot (2.4 + 0.11) - 830 \cdot 9.81 \cdot (2.4)}{830 \cdot 9.81}$$

$$h = 0.624 \text{ m}$$

$$h = 624 \text{ mm}$$

